

PRINCIPI BASE PER LA COSTRUZIONE DI UNO SPETTROGRAFO A RETICOLO A BASSA RISOLUZIONE*

FERDINANDO PATAT

European Southern Observatory - fpatat@eso.org

Ottobre 2008

Le note che seguono intendono fornire un'introduzione generale ai concetti teorici di base per la progettazione di uno spettrografo amatoriale a bassa risoluzione. La discussione si limita al caso in cui l'elemento dispersore sia un reticolo di diffrazione a riflessione, trattandosi della configurazione che meglio si adatta ad una soluzione amatoriale.

1 Introduzione

Uno spettrografo astronomico si compone essenzialmente di 5 parti:

- finestra di ingresso
- collimatore
- elemento dispersore
- camera
- sensore

La finestra di ingresso, che può essere una fenditura (slit), una fibra o una maschera contenente fenditure multiple, viene posizionata sul piano focale del telescopio. La larghezza della fenditura (o il diametro della fibra) determinano l'ampiezza della regione di cielo di cui si otterrà lo spettro ma anche la risoluzione dello spettro stesso.

Il collimatore è un sistema ottico, formato da una o più lenti che serve a formare un'immagine della finestra di ingresso all'infinito. In altre parole, a ogni punto della fenditura, il collimatore fa corrispondere un fascio di raggi paralleli che vanno a incidere sull'elemento dispersore. Quest'ultimo può essere un prisma o un reticolo di diffrazione (grating). Il vantaggio del reticolo rispetto al prisma è che la legge di dispersione, ovvero la relazione che lega l'angolo di diffrazione alla

lunghezza d'onda del fotone incidente, è con buona approssimazione lineare.

All'uscita dell'elemento dispersore si ha un numero infinito di fasci, ciascuno corrispondente ad una lunghezza d'onda e ciascuno formato da raggi paralleli. Il compito della camera è di rifocalizzare questi fasci sul rivelatore (detector). In sostanza, la camera produce immagini multiple della fenditura alle varie lunghezze d'onda, immagini che vengono messe a fuoco esattamente sul piano del rivelatore.

Negli spettrografi moderni il rivelatore è un CCD. La disponibilità di rivelatori con grandi formati permette di poter raggiungere un'ampia copertura spettrale (l'intervallo fra la minima e la massima lunghezza d'onda osservabili) congiuntamente a un sufficiente campionamento (il numero di pixel corrispondenti alla larghezza della fenditura).

Ciascun elemento è caratterizzato da un certo numero di parametri, che determinano le caratteristiche dello spettrografo e ne fissano le prestazioni. Nel seguito vengono descritte le singole componenti, iniziando con il cuore dello spettrografo, ovvero l'elemento dispersore.

2 Reticolo di diffrazione

Negli spettrografi astronomici si utilizzano come elementi dispersori dei reticoli (grating), che possono essere sia a trasmissione che a riflessione. Il vantaggio dei reticoli a riflessione è che, comportandosi in pratica come degli specchi, consentono di *piegare* il fascio di luce incidente e quindi di ridurre le dimensioni dello strumento, rendendolo così più compatto. I reticoli a riflessione sono sostanzialmente degli specchi su cui sono stati incisi dei tratti (grooves) con una certa frequenza r . Questa viene specificata in termini tratti per millimetro (tr/mm). Tipici valori sono 300, 600 o 900 tr/mm. Maggiore è la frequenza e maggiore è la dispersione. I reticoli, a differenza dei prismi, producono tutta una serie di repliche dello spettro, che

*Copyright Gruppo Astronomico Polse di Còugnes - UD - Friùl.

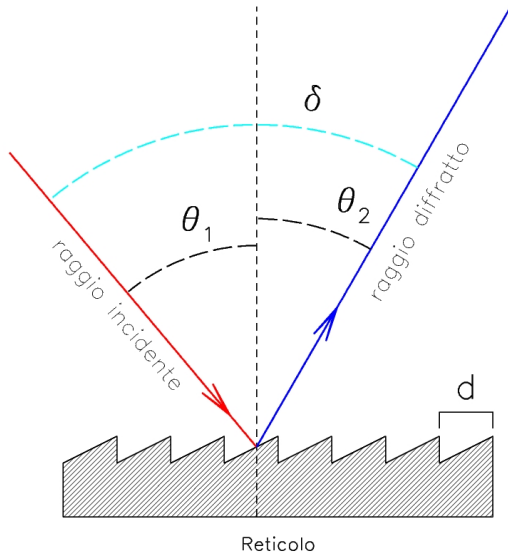


Figura 1: Rappresentazione schematica di un reticolo di diffrazione. Notare che gli angoli θ_1 e θ_2 vengono misurati in senso opposto (anti-orario il primo, orario il secondo).

vengono chiamate ordini, caratterizzati da un numero m . L'ordine $m=0$ corrisponde ad una pura immagine (non c'è deflessione e il fascio incidente attraversa il reticolo senza essere modificato). L'ordine $m=1$ è quello normalmente utilizzato e dove finisce la maggior parte dei fotoni. Gli ordini superiori ($m=2, 3, \dots$) sono caratterizzati da una dispersione che aumenta linearmente con il numero d'ordine e, in genere, contengono una frazione piccola della radiazione uscente.

Se λ è la lunghezza d'onda, θ_1 e θ_2 sono gli angoli formati dal fascio incidente e dal fascio uscente rispetto alla normale al reticolo (vedi Fig. 1), sussiste la seguente relazione:

$$m \lambda = d (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \quad (1)$$

dove $d = 1/r$ è la distanza fra i tratti ed è espressa nelle stesse unità della lunghezza d'onda. Per esempio, in un reticolo avente $r=600$ tr/mmm, $d=1.67 \mu\text{m}$. La precedente relazione può essere riscritta come:

$$\sin \theta_2(\lambda) = \frac{m \lambda}{d} - \sin \theta_1 \quad (2)$$

da cui, fissati θ_1 e d si può ricavare θ_2 al variare della lunghezza d'onda. Il caso più semplice è quello che si ha per l'ordine zero. Infatti, ponendo $m=0$ nella Eq. 1 si ha che $\sin \theta_2 = -\sin \theta_1$, ovvero $\theta_2 = -\theta_1$, indipendentemente dalla lunghezza d'onda incidente. Ciò sig-

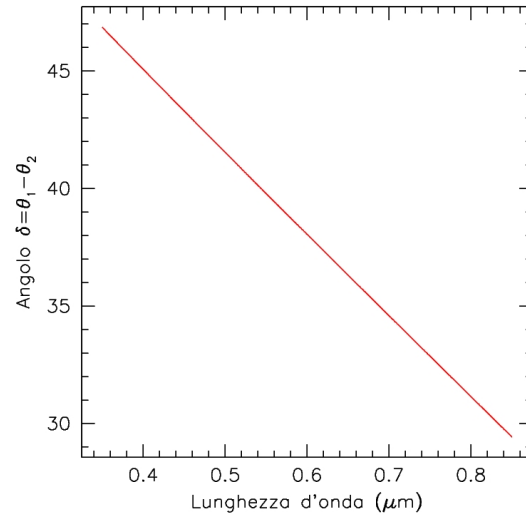


Figura 2: Angolo fra il fascio incidente e il fascio in uscita al variare della lunghezza d'onda per un reticolo avente $r=600$ tr/mmm e posizionato a $\theta_1=30^\circ$.

nifica che, nel caso dell'ordine zero, il reticolo si comporta come un puro specchio, dove l'angolo del raggio riflesso è uguale (ma di segno contrario) a quello del raggio incidente.

Il caso di maggior interesse è quello del prim'ordine¹, che si ottiene sostituendo $m = 1$ nelle Eq. 1 e 2. In Fig. 2 viene mostrato un esempio per $r=600$ tr/mm e $\theta_1=30^\circ$. Va notato che, siccome i due angoli θ_1 e θ_2 vengono misurati in senso opposto, l'angolo δ formato fra il fascio incidente e quello diffratto è pari alla differenza fra i due angoli: $\delta = \theta_1 - \theta_2$. La figura mostra chiaramente come la relazione fra l'angolo δ e la lunghezza d'onda sia molto prossima alla linearità, come si era anticipato. Un altro fatto che emerge da questo diagramma è che le lunghezze d'onda maggiori (rosso) vengono diffratte con un angolo minore di quelle minori (blu). Infine, si deduce che l'angolo fra i fasci in ingresso ed in uscita dal reticolo varia di circa 17° al variare di λ entro l'intervallo usato nell'esempio ($0.35\text{-}0.85 \mu\text{m}$). Questo fatto è molto importante nel dimensionamento della lente di camera, come si vedrà più avanti.

È importante notare che frequenze del reticolo maggiori (ovvero d minori) producono angoli di diffrazione minori a parità di angolo di incidenza θ_1 . Quindi,

¹In alcuni casi il reticolo viene utilizzato al second'ordine per ottenere una risoluzione maggiore. In genere, comunque, il second'ordine costituisce un problema, in quanto tende a sovrapporsi al primo (v. Sez. 2.1).

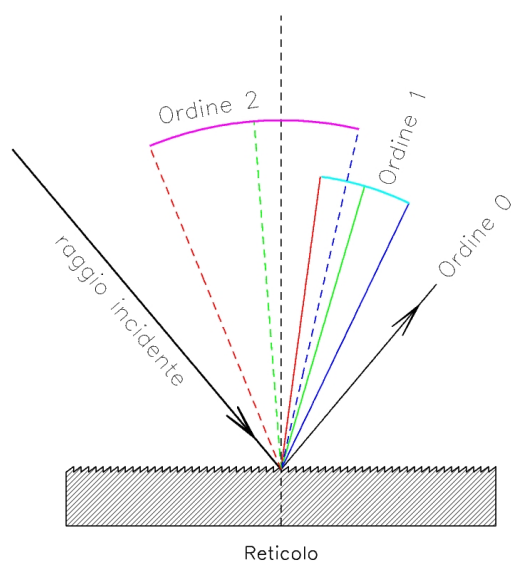


Figura 3: Posizione degli ordini 0, 1 e 2 per un reticolo avente $r=600$ tr/mm e posizionato a $\theta_1=40^\circ$. I colori blu, verde e rosso si riferiscono alle lunghezze d'onda 0.35 , 0.60 e $0.85 \mu\text{m}$, rispettivamente.

volendo mantenere l'angolo δ costante per una certa lunghezza d'onda², sarà necessario cambiare θ_1 .

2.1 Contaminazione del Secondo Ordine

Come si può verificare usando l'Eq. 2, i vari ordini hanno una certa intersezione, nel senso che la parte rossa di un certo ordine viene *contaminata* dall'estremo blu dell'ordine successivo. Per gli scopi pratici, particolarmente rilevante è la contaminazione del secondo ordine, caso che viene illustrato in Fig. 3 per un reticolo avente $r=600$ tr/mm ed un angolo di incidenza $\theta_1=40^\circ$. La lunghezza d'onda in cui la contaminazione inizia ad essere importante dipende dalla risposta spettrale del grating e del sensore nell'estremo blu. Se, ad esempio, la combinazione fra le due componenti fa sì che la sensibilità sia trascurabile al di sotto di $0.35 \mu\text{m}$, la contaminazione inizierà ad una lunghezza d'onda che corrisponde a $0.35 \mu\text{m}$ del secondo ordine. È facile verificare che se λ_2 è la lunghezza d'onda del raggio diffratto al secondo ordine, questo raggio verrà a sovrapporsi ad uno del

primo ordine avente lunghezza d'onda $\lambda_1 = 2 \lambda_2$. Nel caso del nostro esempio, ciò significa che il contributo del secondo ordine risulta non trascurabile al di sopra di $0.35 \mu\text{m} \times 2 = 0.70 \mu\text{m}$. Chiaramente, più il sistema è sensibile nel blu, e prima inizierà la contaminazione. Ad esempio, in spettrografi disegnati per raggiungere il taglio atmosferico a $0.31 \mu\text{m}$, la contaminazione del secondo ordine può iniziare già a 6200Å .

Ovviamente, oltre che dalle caratteristiche dello spettrografo, l'ammontare della contaminazione dipende anche dallo spettro dell'oggetto che si sta osservando. Se, ad esempio, lo spettro mostra una forte deficienza nel blu (stelle fredde, oggetti arrossati, etc.), la contaminazione da parte del secondo ordine sarà probabilmente trascurabile. Al contrario, per oggetti astrofisici molto blu (stelle calde, nane bianche, supernove al massimo, etc.), l'effetto sarà piuttosto marcato.

Da un punto di vista pratico, quello che succede in presenza di contaminazione del secondo ordine è che alla parte rossa dello spettro dell'oggetto viene a sommarsi una replica della parte blu dello spettro stesso, con una dispersione doppia. Ad esempio, se si osserva una stella con le righe del H&K Ca II a 0.393 , $0.397 \mu\text{m}$, queste stesse righe appariranno replicate (con differente intensità rispetto a quelle reali) a 0.786 e $0.794 \mu\text{m}$. Nel caso in cui si ignori la presenza del secondo ordine, queste righe potrebbero venir scambiate per reali, mentre non hanno nulla a che fare con alcun processo fisico e sono un puro effetto strumentale.

La soluzione (parziale) al problema è l'utilizzo di un filtro separatore d'ordine (order sorting), che è in sostanza un filtro passa alto, che taglia tutte le lunghezze d'onda inferiori a un certo valore λ_0 , ad esempio $0.4 \mu\text{m}$. Il filtro, che viene inserito nel fascio parallelo fra il reticolo e la camera, arresterà tutti i fotoni più blu di λ_0 , eliminando così la contaminazione. Tuttavia, ciò comporta la perdita di una parte dello spettro del primo ordine, al di sotto di λ_0 . Per questo motivo, nei casi cui interessi la piena copertura spettrale, è necessario osservare l'oggetto con e senza filtro separatore, e poi combinare i due spettri, usando la parte blu di quello ottenuta senza filtro e la parte rossa di quello ottenuta con il filtro.

Per quello che riguarda l'ordine zero, siccome la sua distanza angolare rispetto all'estremo blu dell'ordine $m=1$ è abbastanza grande, questo di solito cade al di fuori del sensore. Può succedere che, specie se la frequenza del reticolo è bassa e il sensore è di grandi dimensioni, l'ordine zero sia incluso nello spettro finale. In tal caso, esso si manifesta come un'immagine abbastanza intensa dell'oggetto visto attraverso la fenditura.

²Questo è tipico di spettrografi in cui ci sia la possibilità di sostituire il reticolo per ottenere dispersioni diverse. Siccome l'angolo fra il collimatore e la camera viene tenuto fisso, ogni reticolo dovrà essere posizionato con un diverso angolo di incidenza (v. anche Tab. 2).

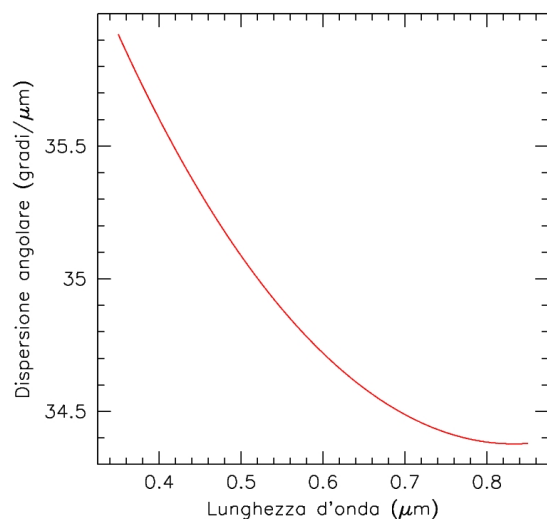


Figura 4: Variazione della dispersione angolare in funzione della lunghezza d'onda per l'esempio di Fig. 2.

2.2 Dispersione Angolare

La dispersione angolare A , che in sostanza ci dice quanto rapidamente varia l'angolo del raggio diffratto al variare della lunghezza d'onda, può essere ricavata analiticamente derivando l'Eq. 2 rispetto a λ :

$$A = \frac{d\theta_2}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta_2(\lambda)} \quad (3)$$

dove $\cos\theta_2$ si ricava dall'Eq. 2 (ricordando che $\cos\theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2\theta_2}$). Questa relazione ci dice che la dispersione aumenta al calare della distanza d fra i tratti del reticolo. Inoltre, siccome l'angolo θ_2 non varia moltissimo nell'intervallo spettrale di interesse (nel caso della Fig. 2 questo si estende da 0.35 a 0.85 μm), è altrettanto chiaro che la dispersione angolare rimane quasi costante al variare di λ . Ciò viene mostrato più chiaramente in Fig. 4, dove si è applicata la relazione 3 all'esempio di Fig. 2.

Come si può notare, la dispersione angolare media è circa $A=35.1$ gradi/ μm e la sua variazione è inferiore ai 2 gradi/ μm lungo tutto l'intervallo spettrale. In sostanza, quello che la Fig. 4 mostra è che l'angolo di diffrazione cambia di circa 0.35 gradi quando si faccia variare la lunghezza d'onda di 100Å ($1 \mu\text{m} \equiv 10000 \text{Å}$). Questo numero varia da 0.344 (a 0.85 μm) a 0.359 (a 0.35 μm) e ciò si traduce in una non perfetta linearità nella relazione che, nello spettro finale raccolto

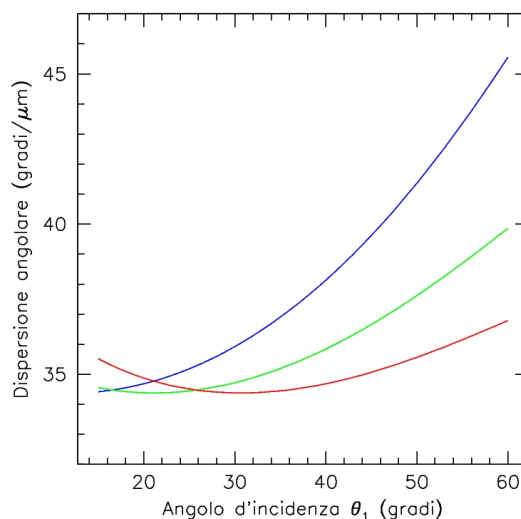


Figura 5: Variazione della dispersione angolare in funzione dell'angolo di incidenza θ_1 per tre lunghezze d'onda: 0.35 μm (blu), 0.60 μm (verde) e 0.85 μm (rosso) e nel caso di $r=600$ tr/mm.

dal rivelatore, lega la posizione del pixel alla lunghezza d'onda.

Un altro fatto interessante è costituito dalla variazione della dispersione angolare in funzione dell'angolo di incidenza θ_1 . Come si può vedere in Fig. 5, in generale la dispersione angolare aumenta all'aumentare dell'angolo di incidenza. L'aumento è più marcato per le lunghezze d'onda blu, mentre per il rosso la variazione è piuttosto contenuta.

Per questo motivo, la dispersione resta approssimativamente costante al variare della lunghezza d'onda quando l'angolo di incidenza è inferiore ai 30-35°, mentre per angoli di incidenza maggiori la dispersione si discosta sempre più dalla linearità. La Tab. 1 fornisce i valori dell'angolo di diffrazione e della dispersione angolare per quattro valori dell'angolo di incidenza (15°, 30°, 45° e 60°) e tre valori della lunghezza d'onda (0.35, 0.60 e 0.85 μm) per un reticolo avente $r=600$ tr/mm.

2.3 Ingrandimento anamorfo

Un ultimo parametro riguardante il reticolo è quello che viene chiamato **ingrandimento anamorfo**. Siccome l'angolo di uscita è diverso dall'angolo di ingresso, il diametro del fascio diffratto nella direzione della dispersione è diverso da quello nella direzione perpendicolare alla dispersione (v. Fig. 6). In al-

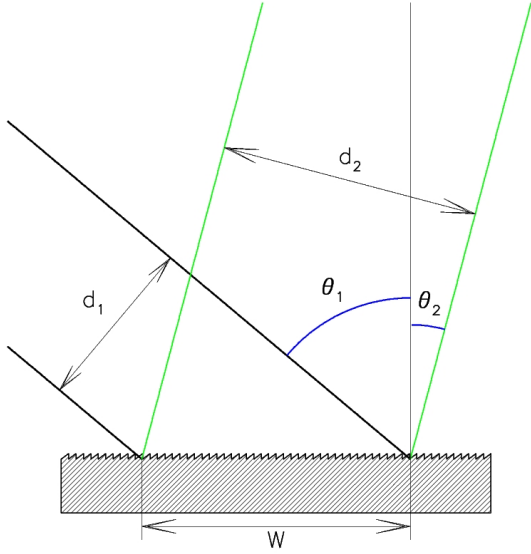


Figura 6: Variazione del diametro del fascio introdotta da un reticolo avente $r=600$ tr/mmm e $\theta_1=50^\circ$, per $\lambda=0.6 \mu\text{m}$

θ_1	θ_2			A		
	0.35	0.60	0.85	0.35	0.60	0.85
15	-2.8	+5.8	+14.6	34.4	34.5	35.5
30	-16.9	-8.0	+0.6	35.9	34.7	34.4
45	-29.8	-20.3	-11.4	39.6	36.7	35.1
60	-50.0	-30.4	-20.9	45.6	39.9	36.8

Tabella 1: Angolo di diffrazione θ_2 e dispersione angolare A per un reticolo avente $r=600$ tr/mm al variare dell'angolo di incidenza θ_1 e della lunghezza d'onda. Gli angoli sono espressi in gradi, le dispersioni angolari in gradi per μm e le lunghezze d'onda in μm .

tre parole, se il fascio d'ingresso ha sezione circolare, quello uscente ha sezione ellittica. Quindi, è necessario tenere conto del possibile effetto di ingrandimento prodotto dal reticolo. Questo è definito come la variazione subita dall'angolo θ_2 al variare di θ_1 :

$$AM = \left| \frac{d\theta_2}{d\theta_1} \right| = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (4)$$

Siccome generalmente $\theta_2 < \theta_1$ (e cioè $\cos \theta_2 > \cos \theta_1$), risulta $AM < 1$. Per la stessa ragione, il diametro del fascio entrante d_1 risulterà più piccolo di quello del fascio uscente d_2 dello stesso fattore, ovvero:

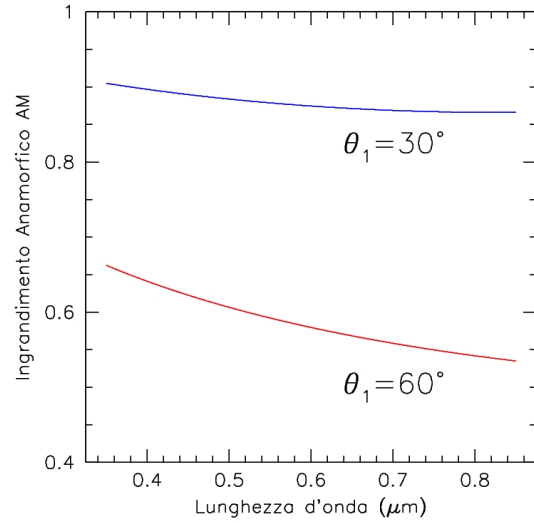


Figura 7: Variazione dell'ingrandimento anamorfico in funzione della lunghezza d'onda per $m=1$, $r=600$ tr/mmm con $\theta_1=30^\circ$ (curva superiore) e $\theta_1=60^\circ$ (curva inferiore).

$$\frac{d_1}{d_2} = AM = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (5)$$

L'andamento dell'ingrandimento anamorfico per l'esempio fatto in precedenza viene mostrato in Fig. 7 (curva superiore). Come si può vedere, l'ingrandimento varia fra 0.90 e 0.85 e dunque, in questa configurazione non è così importante. Per angoli di incidenza maggiori l'ingrandimento anamorfico diviene rilevante, come viene mostrato in Fig. 7 per il caso $\theta_1=60^\circ$ (curva inferiore). Questo è uno dei motivi per cui, normalmente, si tendono a evitare angoli di incidenza maggiori di $\theta_1=40^\circ$.

Come conseguenza del fatto che il fascio uscente dal collimatore è inclinato rispetto al reticolo, la larghezza W della parte di reticolo illuminata dal fascio collimato è più grande del diametro d_1 del fascio stesso (v. Fig. 6). Siccome è:

$$W = \frac{d_1}{\cos \theta_1} \quad (6)$$

se si vuole che il reticolo intercetti tutta la luce proveniente dal collimatore, la sua larghezza nella direzione perpendicolare ai tratti dovrà essere più grande di W . Ad esempio, se il fascio uscente dal collimatore ha un diametro $d_1=3$ cm e l'angolo di incidenza è $\theta_1=30^\circ$, la larghezza del reticolo nella direzione perpendicolare ai tratti dovrà essere almeno 3.5 cm.

r tr/mm	d μm	θ_1 gradi	$\theta_{2,c}$ gradi	δ_c gradi	AM_c	A_c gradi/ μm
300	3.33	35.0	-23.2	58.2	0.891	18.7
600	1.67	35.0	-12.3	47.3	0.838	35.2
900	1.11	35.0	-1.9	36.9	0.820	51.6
1200	0.83	35.0	+8.4	26.6	0.828	69.5
300	3.33	28.1	-16.9	45.0	0.922	18.0
600	1.67	33.8	-11.3	45.0	0.848	35.1
900	1.11	39.5	-5.5	45.0	0.775	51.8
1200	0.83	45.5	+0.4	45.0	0.702	68.8

Tabella 2: Variazione dei parametri fondamentali al variare di r per θ_1 costante ($\theta_1=35^\circ$, parte superiore) e per δ costante ($\delta=45^\circ$, parte inferiore). I numeri si riferiscono ad una lunghezza d'onda centrale $\lambda_c=0.60 \mu\text{m}$.

I parametri fondamentali legati al reticolo vengono mostrati in Tab. 2 per quattro diverse frequenze r , per un angolo di incidenza costante ($\theta_1=30^\circ$) e per un angolo fra il collimatore e la camera costante ($\delta=45^\circ$). I calcoli sono stati effettuati per una lunghezza d'onda centrale $\lambda_c=0.60 \mu\text{m}$ e per il primo ordine. D'ora in poi ci limiteremo al solo caso $m = 1$, così che m verrà omissso in tutte le formule.

La tabella mostra chiaramente come si deve variare l'angolo di incidenza del reticolo in uno spettrografo in cui si sia fissato l'angolo δ , se si vuole mantenere la lunghezza d'onda centrale fissa.

3 Finestra di ingresso

Come si è detto, la finestra di ingresso può essere costituita da una singola fenditura, da una maschera contenente fenditure multiple o da una o più fibre. La differenza fondamentale fra le fenditure (singole o multiple) e la fibra ottica è che mentre nel primo caso viene conservata l'informazione spaziale nella direzione perpendicolare alla dispersione (e quindi è possibile estrarre dallo stesso spettro bidimensionale diversi spettri monodimensionali corrispondenti a diverse regioni lungo la fenditura), nel caso della fibra l'informazione spaziale viene persa. La prima conseguenza è che, se si vuole applicare la sottrazione dello spettro del cielo (di fondamentale importanza se l'oggetto è debole), è necessario disporre di una seconda fibra che, al momento delle osservazioni, verrà posizionata in una regione priva di oggetti e che, quindi, fornirà lo spettro del cielo.

Ciò che invece accomuna le due possibilità è la risoluzione, che dipende dalla larghezza della finestra

di entrata (la larghezza della fenditura o il diametro della fibra. Tanto più grande è questa larghezza e tanto minore è la risoluzione. Questo si capisce pensando che lo spettro è la sovrapposizione delle immagini della fenditura vista a diverse lunghezze d'onda. Quando la luce che illumina la fenditura ha uno spettro continuo (o una componente continua), è chiaro che le immagini della fenditura si sovrapporranno una all'altra, degradando la capacità di separare immagini a lunghezze d'onda vicine. Se consideriamo due righe spettrali distinte e separate da un certo intervallo di lunghezza d'onda, la risoluzione è il valore minimo di questo intervallo che renda possibile distinguere le due righe.

Nel caso si voglia condurre spettroscopia stellare, la larghezza della fenditura (o il diametro della fibra) proiettata in cielo verrà dettata dal seeing tipico. Ad esempio, se il seeing medio è $3''$, la fenditura dovrà avere una larghezza confrontabile con questo valore. Ovviamente, la larghezza fisica della fenditura sarà invece dettata sia dal seeing che dalla focale del telescopio. Ad esempio, se il telescopio ha una focale $f_t=5600 \text{ mm}$ e si vuole che la larghezza proiettata della fenditura sia $s=3''$, la larghezza fisica l della fenditura dovrà essere:

$$l = \frac{s \times f_t}{206265} = 0.081 \text{ mm} \equiv 81 \mu\text{m} \quad (7)$$

dove f_t è espresso in mm e 206265 è il numero di arcosecondi per radiante. Chiaramente, focali più lunghe produrranno larghezze proporzionalmente maggiori. In telescopi professionali, in cui f_t è generalmente superiore a 10m, le fenditure hanno larghezze di svariate centinaia di micron. Ciò rende la loro costruzione ed il controllo della loro larghezza molto più semplice che in telescopi amatoriali, la cui focale implica fenditure con larghezze inferiori ai $100 \mu\text{m}$.

Il vantaggio delle fibre rispetto alle fenditure è che esse permettono di tenere lo spettrografo e il telescopio separati. Ciò consente la costruzione di strumenti molto più stabili, senza grandi vincoli di peso e dimensioni, fatto particolarmente importante per telescopi amatoriali. Il prezzo più alto che si paga per questa comodità è la perdita di efficienza, dovuta alla difficoltà di accoppiamento fra fibra e telescopio e all'inevitabile attenuazione che la luce subisce nell'attraversare la lunghezza della fibra. A questo si aggiunge la difficoltà nella sottrazione dello spettro del fondo cielo, particolarmente importante nel caso di spettrografi a bassa risoluzione.

4 Collimatore e Camera

Il collimatore e la camera si caratterizzano per il loro diametro d'ingresso, D_{coll} and D_{cam} , e per le loro lunghezze focali, f_{coll} and f_{cam} . La lente collimatrice deve essere posizionata ad una distanza pari alla sua focale dalla finestra di ingresso, mentre la camera si troverà ad una distanza pari alla sua focale dal piano del rivelatore. Anche avendo fissate queste distanze, resta libera la scelta delle distanze fra il collimatore e il reticolo e fra il reticolo e la camera. In realtà questa scelta è condizionata da un certo numero di fattori, come si vedrà in seguito.

Il gruppo ottico collimatore+camera ha un duplice scopo:

1. ridurre la focale del telescopio in modo che le dimensioni della finestra d'ingresso sul piano del sensore siano campionate da un numero appropriato di pixel;
2. rendere parallelo il fascio che incide sul reticolo e rifocalizzarlo sul piano del sensore.

Il fattore di riduzione introdotto dal collimatore e dalla camera è semplicemente f_{cam}/f_{coll} . La focale equivalente del sistema ottico telescopio+collimatore+camera è data da:

$$f_s = \frac{f_{cam}}{f_{coll}} f_t \quad (8)$$

chiaramente, affinché vi sia una riduzione della focale, dovrà essere $f_{cam} < f_{coll}$.

La conseguenza di introdurre un riduttore di focale è che la scala spaziale, ovvero quella lungo la direzione perpendicolare alla fenditura, viene pure essa ridotta. Quindi, sul piano del sensore, nella direzione perpendicolare allo spettro, la scala sarà data da:

$$ps = \frac{206265}{f_s} \text{ arcsec/mm} \quad (9)$$

Ad esempio, se $f_{tel}=5600$ mm ed $f_{cam}/f_{coll}=1/5$, sarà $f_s=1120$ mm e quindi $ps=184.1$ arcsec/mm, contro i 36.8 arcsec/mm del piano focale del telescopio. Ciò significa che, per il tipico pixel da 10 μm , la scala spaziale dello spettrografo sarà 1.84 arcsec/px.

5 Rivelatore

I parametri fondamentali del rivelatore sono la dimensione fisica p del pixel ed il numero n_p di pixel lungo la dimensione maggiore del rivelatore stesso. Per una

fissata configurazione ottica, questi due parametri fissano il campionamento della fenditura e il range spettrale coperto. In realtà, spesso non vi è molta scelta per quello che riguarda le caratteristiche del rivelatore e, quindi, è necessario variare i parametri delle altre componenti (quando possibile) per raggiungere il risultato voluto.

6 Parametri dello spettrografo

6.1 Campionamento della finestra di ingresso

La prima cosa da stabilire nel progetto di uno spettrografo è il rapporto fra le lunghezze focali della camera e del collimatore necessario a campionare in modo ottimale la finestra di ingresso sul rivelatore. Questo parametro è indipendente dalla scelta del reticolo o dalle dimensioni assolute dello spettrografo.

Chiaramente è necessario trovare una situazione ottimale fra un campionamento adeguato e la copertura spettrale. Ad esempio, si potrebbe decidere di sovracampionare la fenditura (a volte ci sono buone ragioni per farlo), ma ciò va a discapito dell'intervallo di lunghezza d'onda raccolto dal sensore. Oppure, si potrebbe decidere di sacrificare il campionamento a favore di un intervallo spettrale maggiore.

Supponiamo che si sia deciso di dare alla finestra di ingresso la larghezza fisica l (vedi Sez. 3). A causa della presenza del collimatore, dell'ingrandimento anamorfico (che di fatto agisce come un riduttore di focale nella gran parte dei casi) e della camera, la dimensione fisica dell'immagine della fenditura sul piano del rivelatore sarà data da:

$$\Delta x = l AM \frac{f_{cam}}{f_{coll}} \quad (10)$$

Per esempio, se $l=80$ μm , $AM=0.85$ e $f_{cam}/f_{coll}=1/2.5$, la larghezza dell'immagine della fenditura sul piano del rivelatore è $\Delta x=27.2$ μm .

Il teorema di Nyquist ci dice che è necessario campionare ad intervalli che siano minori o uguali a $\Delta x/2$. In altre parole, la larghezza della fenditura (o il diametro della fibra) devono essere campionati con almeno 2 pixel. Questo valore va davvero considerato come il minimo ammissibile. Nel caso dell'esempio appena fatto, ciò significherebbe avere dei pixel con dimensioni fisiche $p=\Delta x/2$, che corrispondono a 13.6 μm , un valore abbastanza tipico per i rivelatori usati in astronomia.

In realtà, di solito si procede al contrario, nel senso che a partire dalle dimensioni fisiche della fenditura e

del pixel, si risale al rapporto f_{cam}/f_{coll} . Inoltre, si preferisce campionare la fenditura con 3-4 pixel. In generale, se n_c è il numero di pixel con cui si vuole campionare la finestra di ingresso, il rapporto fra le focali è dato da:

$$\frac{f_{cam}}{f_{coll}} = \frac{n_c p}{AM l} \quad (11)$$

Ad esempio, per $AM=0.85$, $l=80 \mu\text{m}$, $n_c=4$, $p=12 \mu\text{m}$ risulta $f_{cam}/f_{coll}=0.71 \sim 1/1.4$ (trascurando l'ingrandimento anamorfico, questo valore diviene 0.6). Nel caso in cui ci si accontentasse del campionamento minimo ($n_c=2$), risulterebbe $f_{cam}/f_{coll}=0.36 \sim 1/2.8$.

La Eq. 11 si può scrivere in maniera più esplicita, ricordando che $l = s f_t$:

$$\frac{f_{cam}}{f_{coll}} = \frac{n_c p}{AM s f_t} \quad (12)$$

da cui si capisce subito che maggiore è la focale del telescopio e minore deve essere il rapporto f_{cam}/f_{coll} .

6.2 Dispersione lineare e intervallo spettrale

La dispersione lineare, che ci dice di quanto si sposta l'immagine della finestra di entrata sul piano focale per un dato incremento di lunghezza d'onda, è data da:

$$LD = \frac{dx}{d\lambda} = A f_{cam} \quad (13)$$

dove la dispersione angolare $A = d\theta_2/d\lambda$ è fornita dalla Eq. 3. Si è visto che la dispersione angolare non è rigorosamente costante al variare della lunghezza d'onda (v. Fig. 4). Tuttavia, si è anche mostrato che la sua variazione entro l'intervallo spettrale ottico è piuttosto limitata. Per questo motivo, nei calcoli che seguono si può considerare solo il suo valore alla lunghezza d'onda centrale, che indichiamo con λ_c . Ad esempio, se si desidera coprire un intervallo spettrale che vada da 0.35 a 0.85 μm , si può adottare $\lambda_c=0.60 \mu\text{m}$. Nel caso visto in precedenza ($r=600 \text{ tr/mm}$, $\theta_1=30^\circ$), a 0.60 μm si ha $d\theta_2/d\lambda=34.7^\circ/\mu\text{m}$, che corrispondono³ a 0.61 rad/ μm , ovvero a $6.1 \times 10^{-5} \text{ rad/\AA}$.

Avendo questo numero a disposizione, è possibile calcolare la dispersione lineare usando l'Eq. 13, una volta che sia nota la focale della camera. Ad esempio, se $f_{cam}=50 \text{ mm}$, risulta che $LD=3.1 \times 10^{-3} \text{ mm/\AA}$. Ciò significa, che una variazione della lunghezza d'onda di

³Si ricordi che 1 rad = 57.296 gradi, da cui $1^\circ/\mu=1.745 \times 10^{-6} \text{ rad/\AA}$.

1 \AA provoca uno spostamento sul piano del sensore di $3.1 \times 10^{-3} \text{ mm}$, ovvero di 3.1 μm . Più grande è LD e maggiormente verrà disperso il fascio in entrata.

Molto spesso si usa il reciproco di LD, ovvero $1/LD$, e si indica come **dispersione lineare reciproca P** (plate scale). Nel caso dell'esempio appena fatto ciò si traduce in $P=1/LD=322 \text{ \AA/mm}$. Ovviamente, grandi valori della dispersione lineare reciproca corrispondono a dispersioni minori.

In alcuni casi è utile avere la dispersione in pixel per unità di lunghezza d'onda. Per ottenere questo valore, basterà dividere LD per la dimensione fisica del pixel p , espressa nelle stesse unità che si sono usate per esprimere f_{cam} , mm ad esempio. Nel caso appena descritto ($LD=3.1 \times 10^{-3} \text{ mm/\AA}$), per una tipica dimensione del pixel $p=10 \mu\text{m} \equiv 0.01 \text{ mm}$, si ha $LD=0.31 \text{ px/\AA}$. In queste unità la dispersione reciproca è 3.2 \AA/px . Avendo questo dato è possibile calcolare l'ampiezza nominale dell'intervallo spettrale $\lambda_{max} - \lambda_{min}$ coperto dal sensore:

$$\lambda_{max} - \lambda_{min} = \frac{p}{LD} n_p \quad (14)$$

dove n_p è il numero di pixel lungo la dimensione maggiore del sensore. Per l'esempio appena fatto, nel caso in cui $n_p=2048$, risulta $\lambda_{max} - \lambda_{min}=3.2 \times 2048 \sim 6650 \text{ \AA}$.

6.3 Risoluzione e Potere Risolutivo

La risoluzione $\Delta\lambda$ è un parametro fondamentale in uno spettrografo, ed è legato alla capacità dello spettrografo di separare righe spettrali molto vicine e di studiarne il profilo. Per quello che si è detto nella Sez. 3, anche nel caso in cui una riga spettrale abbia una larghezza intrinseca piccolissima, lo spettrografo produrrà un profilo della riga la cui larghezza sarà legata alla larghezza della finestra d'ingresso. Al di sotto di tale larghezza non sarà possibile distinguere alcun dettaglio ed il profilo della riga sarà completamente dominato dal profilo strumentale.

In sostanza, dunque, la risoluzione di uno spettrografo non è altro che la larghezza della fenditura o il diametro della fibra (Δx) proiettata sul piano del sensore e tradotta in unità di lunghezza d'onda ($\Delta\lambda$). Ciò si ottiene semplicemente moltiplicando la larghezza proiettata della fenditura sul piano del sensore per la dispersione lineare reciproca. Quindi:

$$\Delta x = A f_{cam} \Delta\lambda \equiv LD \Delta\lambda \quad (15)$$

da cui:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta x}{LD} \equiv P \Delta x \quad (16)$$

Ad esempio, se $LD=3.1 \times 10^{-3}$ mm/Å ($P=322\text{Å/mm}$) e la larghezza della fenditura sul piano del sensore è $30 \mu\text{m}$ (ovvero 0.03mm), la risoluzione è $\Delta\lambda=9.7\text{Å}$. Con una risoluzione di questo ordine sarebbe impossibile risolvere, ad esempio, le due componenti del doppietto del Sodio neutro a $0.59 \mu\text{m}$, che hanno una separazione di 6Å . Mentre si separerebbero agevolmente le due componenti H e K del Calcio ionizzato a $0.39 \mu\text{m}$, che distano circa 35Å una dall'altra.

Molto spesso la risoluzione di uno spettrografo viene espressa tramite il potere risolutivo, che è definito come la seguente quantità adimensionale:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (17)$$

Ad esempio, se la risoluzione è $\Delta\lambda=6\text{Å}$, il potere risolutivo a $\lambda=6000\text{Å}$ è $R=1000$. Tipicamente, per valori di R inferiori a 1000 si parla di spettrografi a bassa risoluzione, mentre per $R > 10000$ si parla di alta risoluzione. Per rendere l'idea, gli spettrografi che vengono utilizzati per la ricerca dei pianeti extrasolari raggiungono poteri risolutivi pari a 150000. Ricordando l'espressione per l'effetto Doppler ($\Delta v = c \Delta\lambda/\lambda$), si vede subito che:

$$\Delta v = \frac{c}{R} \quad (18)$$

dove c è la velocità della luce. Ne consegue che uno spettrografo avente un potere risolutivo pari a 1000 ha una risoluzione di 300 km/s . Uno avente $R=150000$ raggiunge una risoluzione di 2 km/s .

L'Eq. 16 si può riformulare in maniera più esplicita:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta x}{A f_{cam}} \quad (19)$$

Sostituendo a Δx la sua espressione data dall'Eq. 10, in cui si sia sostituito $l = s f_t$ (v. Eq. 7), si ha:

$$\Delta\lambda = \frac{s}{A} \frac{AM}{f_{coll}} f_t \quad (20)$$

Sostituendo nella Eq. 20 le opportune espressioni per A (Eq. 2) ed AM (Eq. 4) si ottiene la seguente semplificazione:

$$\Delta\lambda = s d \frac{f_t}{f_{coll}} \cos \theta_1 \quad (21)$$

che lega la risoluzione ai parametri fondamentali del sistema, ovvero l'angolo sotteso dalla fenditura in cielo, la distanza dei tratti del reticolo, il rapporto fra la focale del telescopio e quella del collimatore e l'angolo di incidenza del fascio collimato rispetto al reticolo. Siccome nessuna di queste quantità dipende dalla lunghezza d'onda, ne segue che la risoluzione resta costante al variare di λ . Quindi, vista la sua definizione (Eq. 17), sarà il potere risolutivo a cambiare. Ad esempio, se $R=1000$ a $0.60 \mu\text{m}$, questo si ridurrà a 875 a $0.35 \mu\text{m}$, mentre salirà a circa 1420 a $0.85 \mu\text{m}$. Infine, la Eq. 21 ci dice che la risoluzione non dipende dalla focale della camera. Questa è infatti legata solo al numero di pixel con cui si vuole campionare la risoluzione.

Prima di passare alla sezione successiva, è interessante fare le seguenti considerazioni. Se si vuole che tutto il fascio divergente prodotto dal telescopio venga raccolto dal collimatore, i due rapporti focali dovranno essere almeno uguali, ovvero $f_t/D_t = f_{coll}/D_{coll}$. Da ciò deriva che f_t si può riscrivere come:

$$f_t = \frac{D_t}{D_{coll}} f_{coll} \quad (22)$$

dove D_t è il diametro del telescopio. Sostituendo nell'Eq. 21 si ha infine:

$$\Delta\lambda = s d \frac{D_t}{D_{coll}} \cos \theta_1 \quad (23)$$

Questa relazione ci dice una cosa importante. Volendo tenere fissa la risoluzione, dato un certo reticolo e per un fissato valore del seeing, è necessario aumentare il diametro del collimatore al crescere del diametro del telescopio, in modo che il rapporto D_t/D_{coll} resti costante. Ovviamente ciò si traduce in un reticolo di maggiori dimensioni. In poche parole, per una fissata risoluzione, maggiore è l'apertura del telescopio e maggiori devono essere le dimensioni dello spettrografo.

Infine, va notato che, siccome il diametro del collimatore è generalmente simile al diametro del fascio collimato ($D_{coll} \simeq d_1$), dalla Eq. 6 risulta che $\cos \theta_1/D_{coll} \simeq 1/W$, dove W è la larghezza della parte di reticolo illuminata dal fascio collimato (v. Fig. 6). Quindi l'Eq. 23 si può riscrivere nel modo seguente:

$$\Delta\lambda = s d \frac{D_t}{W} \equiv s \frac{D_t}{r W} \equiv s \frac{D_t}{N} \quad (24)$$

dove $N = r W$ è chiaramente il numero di tratti intercettati dal fascio collimato. Maggiore è questo numero e maggiore è il potere risolutivo. Per pura curiosità, vediamo che cosa accadrebbe se le dimensioni

della fenditura fossero ridotte al limite di diffrazione del telescopio, dato approssimativamente da λ/D_t . Sostituendo questa espressione al posto di s si ottiene $\Delta\lambda = \lambda/N$, ovvero:

$$R_d = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \quad (25)$$

Dunque, il potere risolutivo al limite di diffrazione è pari al numero di tratti intercettati dal fascio collimato. Ad esempio, potendo lavorare al limite di diffrazione con un reticolo da $r=600$ tr/mm con $W=30$ mm, risulterebbe $R_d=18000$. Sulla base di questa considerazione, si potrebbe pensare di usare delle fenditure molto strette per aumentare significativamente il potere risolutivo. In effetti questa opzione viene usata, anche se la fenditura non viene mai chiusa al di sotto di 0.3 arcsec. A parte la forte perdita di flusso che ne consegue, il restringimento della fenditura (se f_{coll} ed f_{cam} restano costanti) provoca il sottocampionamento della slit, vanificando così il tentativo di aumentare la risoluzione. In altre parole, anche se si può migliorare il potere risolutivo dello strumento restringendo la fenditura, ciò si può fare solo fino ad un certo punto, in genere molto prima di raggiungere il valore R_d atteso per il limite di diffrazione del telescopio.

Per questo motivo, non potendo produrre reticoli con frequenze altissime, l'unico modo per raggiungere poteri risolutivi molto spinti è quello di usare i cosiddetti reticoli *echelle*, che lavorano ad ordini molto alti.

7 Dimensionamento dello Spettrografo

Nel mondo professionale il budget permette in genere di scegliere le componenti ottiche che meglio si adattano alle necessità scientifiche. Nel caso amatoriale, invece, è necessario progettare lo strumento a partire da alcuni parametri fissi, come la dimensione del pixel, la focale della camera, le caratteristiche dei reticoli commerciali e via dicendo.

7.1 Finestra d'ingresso

Come si è detto, la larghezza della fenditura o il diametro della fibra si adattano usualmente al seeing tipico. L'Eq. 7 fornisce la dimensione fisica della finestra d'ingresso. Nel caso della fibra, sarà necessario scegliere il diametro che più si avvicina a quello richiesto. Ad esempio, con un telescopio avente $f_t=5600$ mm ed un seeing tipico di 3 arcsec, sarebbe necessario disporre di una fenditura di circa $80 \mu\text{m}$. Nel caso in cui si intenda usare una fibra ottica, si

dovrà probabilmente utilizzare il tipico diametro commerciale da $100 \mu\text{m}$. Ciò corrisponderebbe a circa 3.7 arcsec, che non è drammaticamente diverso dal valore richiesto.

7.2 Reticolo

Fra i prodotti commerciali si può scegliere fra frequenze che variano tra i 150 tr/mm e i 1200 tr/mm, a seconda della dispersione che si vuole raggiungere, del range spettrale che si vuole coprire e delle dimensioni del rivelatore che si ha a disposizione.

In linea di principio, come si può dedurre dalla Eq. 19, si può raggiungere la stessa risoluzione per diverse combinazioni reticolo/camera. Infatti, se il prodotto $A f_{cam}$ resta costante, la risoluzione $\Delta\lambda$ non varia. Siccome spesso la camera è costituita da un obiettivo fotografico commerciale, per adattare lo spettrografo alle proprie necessità è probabilmente più conveniente cambiare reticolo che sostituire la camera.

Un parametro fondamentale è la larghezza del reticolo nella direzione perpendicolare ai tratti, perché ciò fissa, assieme alla focale del collimatore, il suo diametro. In generale, il diametro del collimatore non può essere maggiore delle dimensioni del reticolo, pena la perdita di luce⁴.

7.3 Collimatore

Nelle soluzioni amatoriali il collimatore è in genere costituito da un doppietto acromatico ed è una delle poche componenti di cui si possono effettivamente fissare le dimensioni a seconda delle necessità. Il parametro fondamentale, che poi è legato al tipo di attività scientifica o educativa che si intende intraprendere, è la risoluzione $\Delta\lambda$. Tramite la Eq. 21 possiamo legare alla risoluzione alcuni dei parametri fondamentali del sistema ottico:

$$f_{coll} = s d \frac{f_t}{\Delta\lambda} \cos \theta_1 \quad (26)$$

Per un tipico reticolo da $r=600$ tr/mm ($d=1.67 \mu\text{m}$) con un angolo di incidenza $\theta_1=35^\circ$, con un seeing $s=3$ arcsec (1.45×10^{-5} rad), $f_t=5600$ mm e $\Delta\lambda=6\text{\AA}$ ($6 \times 10^{-4} \mu\text{m}$) risulta $f_{coll}=185$ mm.

Se si vuole che tutta la luce uscente dal telescopio venga intercettata dal collimatore, dovrà essere $D_{coll}/f_{coll} > D_t/f_t$, ovvero il rapporto focale del

⁴In realtà è il diametro del fascio collimato a non poter essere maggiore delle dimensioni del reticolo. Tuttavia, in genere il diametro del collimatore non è molto più grande del diametro del fascio collimato.

collimatore dovrà essere maggiore di quello del telescopio. Ad esempio, se $D_t/f_t=1/8$, dovrà essere $D_{coll} > f_{coll}/8$. Nel caso dell'esempio appena fatto, sarà quindi $D_{coll} > 24$ mm.

7.4 Camera

Sostituendo l'espressione 26 nella Eq. 11 abbiamo anche:

$$f_{cam} = \frac{n_c}{A} \frac{p}{\Delta\lambda} \quad (27)$$

che ci permette di calcolare la focale della camera a partire dalla dimensione del pixel p , della dispersione angolare A , dalla risoluzione $\Delta\lambda$ e del numero di pixel n_c con cui si intende campionare la finestra di ingresso. Per un tipico reticolo da $r=600$ tr/mm abbiamo visto che alla lunghezza d'onda di $0.60 \mu\text{m}$ abbiamo $A=6.1 \times 10^{-5}$ rad/Å. Se il formato del pixel del nostro rivelatore è $p=10 \mu\text{m}$ (0.01 mm) e vogliamo campionare la fenditura con $n_c=3$ pixel ed ottenere una risoluzione $\Delta\lambda=6\text{Å}$ (2 Å/pixel), risulterà $f_{cam}=81.4$ mm. Con un tipico CCD da 2048 px lungo la direzione della dispersione, ciò si traduce in un intervallo spettrale di circa 4100Å. La focale del collimatore risulterebbe $f_{coll}=185.4$ mm ($f_{coll}/f_{cam}=2.28$).

Nelle soluzioni amatoriali si usa in genere l'obiettivo di una camera fotografica reflex, che unisce una buona qualità ottica ad un prezzo accessibile. Quindi, una volta fatto il calcolo appena descritto, si dovrà valutare quale fra gli obiettivi commerciali a disposizione si adatti meglio alle necessità dello spettrografo.

Nell'ipotesi in cui si disponga già di un obiettivo fotografico di focale diversa da quella calcolata, si può valutare l'effetto dell'utilizzo di tale ottica sulla risoluzione. Ad esempio, nel caso in cui si disponesse del classico 50 mm, la risoluzione ne risulterebbe degradata di un fattore $82/50=1.64$, così che dai 6Å si passerebbe a circa 9.8Å (e sarebbe $f_{coll}=113.5$ mm; $f_{coll}/f_{cam}=2.28$). Nel caso in cui questo valore non fosse accettabile, si potrebbe valutare la possibilità di ridurre il campionamento. Ad esempio, utilizzando una camera con $f_{cam}=50$ mm e mantenendo una risoluzione di 6Å si ottiene un campionamento $n_c=1.85$ px (3.2Å/pixel), che è appena al di sotto della frequenza di Nyquist. In tal caso, l'intervallo spettrale coperto per $n_p=2048$ sarebbe circa 6830 Å e $f_{coll}=185.4$ mm ($f_{coll}/f_{cam}=3.69$).

Alternativamente si potrebbe optare per un reticolo con una frequenza $r=900$ tr/mm ($A=9.2 \times 10^{-5}$ rad/Å) che, accoppiato a una camera avente $f_{cam}=50$ mm fornirebbe una risoluzione di 6.6Å, campionata da

$n_c=3$ pixel (2.20 Å/pixel) ed un intervallo spettrale di circa 4420Å e $f_{coll}=112.3$ mm ($f_{coll}/f_{cam}=2.23$).

Uno dei problemi fondamentali riguardanti la camera è il suo rapporto focale. Infatti, come si è visto, l'angolo formato dai fasci corrispondenti alle varie lunghezze d'onda in uscita dal reticolo varia di parecchio. Ne consegue che il diametro della lente d'ingresso della camera deve essere piuttosto grande. In altre parole, la camera dovrà avere un basso rapporto focale.

Questo fatto viene illustrato in Fig. 8, dove viene presentato il caso di un reticolo da $r=600$ tr/mm, illuminato da un fascio collimato avente un diametro $d_1=20$ mm ed inclinato di $\theta_1=36^\circ$. L'asse della lente di camera è stato fatto coincidere con l'asse del fascio collimato corrispondente alla lunghezza d'onda centrale, che qui è fissata a $0.60 \mu\text{m}$. In modo da non interferire con il fascio collimato incidente, la lente di camera è stata posizionata a 35 mm dal reticolo. Per fare in modo che la camera intercetti completamente i fasci uscenti dal reticolo da 0.35 a $0.85 \mu\text{m}$, il suo diametro deve essere di almeno 36 mm. Per un tipico obiettivo da 50 mm di focale, ciò si traduce in un rapporto focale attorno a $f/1.4$.

Se d_{gc} è la distanza fra il reticolo e la lente di camera, misurata lungo l'asse ottico della lente stessa, il diametro D_{cam} necessario ad evitare vignetting può essere stimato tramite la seguente relazione:

$$D_{cam} \simeq \frac{d_1}{AM} + d_{gc} 2 \tan \Delta\theta_2 \quad (28)$$

dove $\Delta\theta_2$ è la massima deviazione rispetto all'angolo con cui viene diffratto il fascio corrispondente alla lunghezza d'onda centrale. Nel caso dell'esempio appena fatto abbiamo $\Delta\theta_2=10^\circ$, $d_1=20$ mm, $AM=0.85$ e $d_{gc}=35$ mm, da cui segue $D_{cam} \sim 36$ mm. L'angolo $\Delta\theta_2$ può essere stimato ricordando che la dispersione è quasi costante al variare della lunghezza d'onda, e quindi:

$$\Delta\theta_2 \simeq \frac{A_{max}}{2} (\lambda_{max} - \lambda_{min}) \quad (29)$$

dove A_{max} è la dispersione massima assunta nell'intervallo spettrale di interesse. Ad esempio, se $A=36^\circ/\mu\text{m}$ e $\lambda_{max} - \lambda_{min}=0.50 \mu\text{m}$, risulta $\Delta\theta_2 \simeq 9^\circ$. Probabilmente il metodo grafico è il più semplice per derivare la distanza minima della lente di camera dal reticolo in modo che non vi sia vignetting (v. Fig. 8).

7.5 Angolo fra il Collimatore e la Camera

Una volta fissato l'angolo di incidenza, l'angolo fra il collimatore e la camera è semplicemente l'angolo

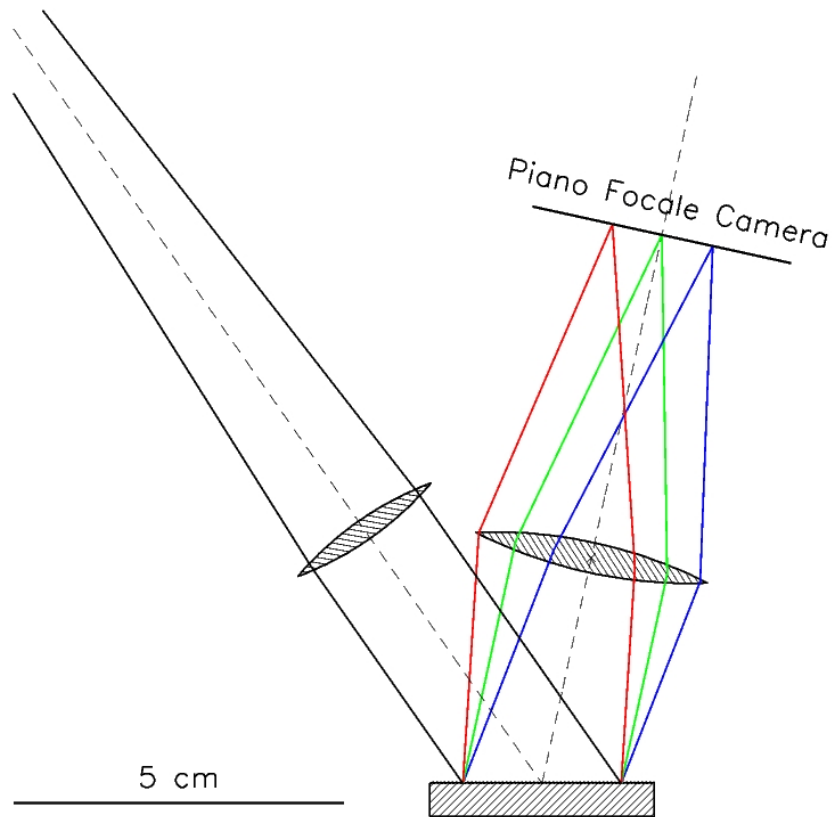


Figura 8: Geometria dei fasci uscenti da un reticolo avente $r=600$ tr/mm per $\theta_1=35^\circ$. I tre colori si riferiscono alle lunghezze d'onda 0.35 (blu), 0.60 (verde) e $0.85 \mu\text{m}$ (rosso). La lente di camera è stata posta in asse con il fascio corrispondente alla lunghezza d'onda centrale ($0.60 \mu\text{m}$). L'angolo fra il collimatore e la camera è $\delta=47.3^\circ$.

$\delta = \theta_1 - \theta_2$ corrispondente alla lunghezza d'onda centrale λ_c che si è selezionata. Ciò farà in modo che la posizione corrispondente a λ_c cada esattamente sul centro del rivelatore.

8 Accoppiamento con fibra ottica

Come si è detto in precedenza, lo spettrografo può essere connesso al telescopio tramite una o più fibre ottiche, permettendo maggiori dimensioni (e quindi risoluzioni) e pesi maggiori (e quindi maggiore stabilità). Ciò si realizza ponendo una delle due estremità della fibra al fuoco del telescopio e l'altra alla finestra di ingresso dello spettrografo.

8.1 Caratteristiche delle fibre

Le fibre utilizzate in astronomia sono quelle indicate come fibre multimodo (multimode, stepped-index). Sono costituite da un nucleo di vetro (core) ad alto indice di rifrazione circondato da una guaina di vetro ad indice di rifrazione più basso, detto cladding (rivestimento). I nuclei hanno generalmente un diametro che va dai 50 ai $500 \mu\text{m}$, mentre lo spessore del rivestimento è circa un decimo di quello del nucleo. La luce si propaga all'interno della fibra per riflessione totale all'interfaccia tra il nucleo ed il rivestimento. Infine, una copertura esterna (buffer) protegge la fibra. Un modo comune per esprimere le dimensioni della fibra è quello dare i diametri delle tre componenti in μm , ad esempio $200/220/240$. Le caratteristiche fondamentali delle fibre sono:

1. risposta spettrale (spectral transmittance)
2. confusione dell'immagine (image scrambling)
3. degrado del rapporto focale (focal ratio degradation)

La risposta spettrale, che ci dice quanto la fibra sia trasparente al variare della lunghezza d'onda, dipende essenzialmente dal contenuto di OH. Quelle ad alto contenuto di OH (dette anche *umide*) hanno una buona risposta nell'ultravioletto e nell'ottico, mentre quelle a basso contenuto di OH (dette *secche*), trasmettono bene la radiazione infrarossa. Esiste anche un tipo di fibra secca dopata con idrogeno, la cui trasmissione è buona fino a $0.4\mu\text{m}$.

La confusione dell'immagine è il rimescolamento radiale ed azimutale all'interno della fibra, così che all'uscita della fibra non si conserva alcuna memoria della distribuzione spaziale della luce in ingresso. Questa caratteristica è molto importante per l'accuratezza della calibrazione in lunghezza d'onda. Infatti, la perdita di informazione spaziale fa sì che, indipendentemente dall'accuratezza con cui è stato centrato l'oggetto, la posizione delle righe spettrali sul rivelatore non cambia. Questo invece accade nel caso della fenditura, dove l'informazione spaziale viene conservata e diversi centraggi dell'oggetto producono diverse soluzioni in lunghezza d'onda. Questo è uno dei motivi principali per cui gli spettrografi ad alta risoluzione dedicati alla ricerca di pianeti extrasolari utilizzano sempre una fibra.

Mentre le due caratteristiche appena discusse non hanno, in sostanza, alcun effetto sul disegno dello spettrografo, questo è invece il caso per il degrado del rapporto focale, che proprio per questo merita un discorso a parte.

8.2 Degrado del rapporto focale

Il trasferimento della luce dal fuoco del telescopio alla finestra d'ingresso dello spettrografo avviene in modo più efficiente se il rapporto focale in uscita dalla fibra F_o è pari al rapporto focale al fuoco del telescopio F_i . Purtroppo, tutte le fibre tendono ad aumentare l'apertura del cono di luce del fascio in uscita rispetto a quello in entrata ($F_o < F_i$). Questo effetto viene chiamato **degrado del rapporto focale (FRD)**. Più alto è il rapporto focale in ingresso e maggiore è il degrado in uscita. Questo implica che il tipico disegno di uno spettrografo a fenditura, in cui si pone $F_{coll} = F_t$, non è adatto ad uno spettrografo a fibra. Ad esempio, se è $F_i=8$, il rapporto focale in uscita

è circa $F_o=5.5$. La conseguenza è che quando si usa una fibra per accoppiare al telescopio uno spettrografo disegnato per adattarsi al rapporto focale del telescopio stesso, il collimatore non ha un diametro sufficiente a intercettare tutto il fascio uscente dalla fibra.

Le possibilità sono due:

- mantenere la relazione $F_{coll} = F_t$ ed accettare le perdite;
- aumentare il diametro del collimatore per ridurre le perdite.

Nel primo caso, se con F_{coll} indichiamo il rapporto focale del collimatore (pari a $f_{coll}/D_{coll} = f_t/D_t$), la frazione di luce ricevuta dal collimatore può essere stimata come:

$$L = \left(\frac{F_o}{F_{coll}} \right)^2 \quad (30)$$

Ad esempio, se $F_{coll}=8$ e $F_i=5.5$, $L=0.47$. Il che significa che il 53% della luce viene perso all'ingresso dello spettrografo.

Per valutare la seconda possibilità, partiamo da uno spettrografo a fenditura che sia stato disegnato per adattarsi ad un certo telescopio, così che $F_{coll} \equiv f_{coll}/D_{coll} = F_t \equiv f_t/D_t$.

Come si è appena visto, l'effetto del degrado del rapporto focale è quello di espandere il fascio in ingresso dal collimatore. Per minimizzare le perdite si può aumentare D_{coll} e quindi diminuire F_{coll} fino ad essere simile a F_o . Questo ovviamente aumenta il diametro del fascio collimato di un fattore F_{coll}/F_o , implicando un aumento di W e del diametro della lente di camera. Assumendo che la larghezza della fenditura proiettata sul piano del rivelatore debba rimanere costante (e quindi $f_{cam}/f_{coll}=\text{costante}$), ciò si traduce in una camera con un rapporto focale più basso. Normalmente questo implica un disegno ottico più complesso ed un maggiore costo.

9 Appendice A: Accuratezza del posizionamento del reticolo

Siccome, per costruzione, l'angolo δ fra l'asse del collimatore e quello della camera sono fissi, in genere si monta il reticolo su un supporto in grado di ruotare e comandato da un movimento micrometrico. Lo scopo di questa configurazione è quello di permettere la centratura dello spettro sul rivelatore, cosa particolarmente importante per le risoluzioni più alte. Per

questo, è utile comprendere quale sia l'accuratezza richiesta nella rotazione dell'elemento dispersore.

Quando il reticolo viene ruotato di un certo angolo $\delta\theta_1$, cambia ovviamente l'angolo di incidenza. Di conseguenza, l'angolo di diffrazione cambierà di una certa quantità $\delta\theta_2$, secondo la relazione:

$$\delta\theta_2 = \left| \frac{d\theta_2}{d\theta_1} \right| \delta\theta_1 \quad (31)$$

Dove $|d\theta_2/d\theta_1|$ non è altro che l'ingrandimento anamorfico AM (v. Sec. 2.3). Lo spostamento angolare $\delta\theta_2$ si traduce in uno spostamento lineare δx sul piano del rivelatore che è dato da:

$$\delta x = \delta\theta_2 f_{cam} \equiv AM \delta\theta_1 f_{cam} \quad (32)$$

Lo stesso spostamento si può esprimere in termini della variazione in lunghezza d'onda $\delta\lambda$:

$$\delta x = A f_{cam} \delta\lambda \quad (33)$$

Eguagliando le due ultime espressioni di δx e risolvendo per $\delta\theta_1$ si ottiene:

$$\delta\theta_1 = \frac{A}{AM} \delta\lambda \quad (34)$$

tramite questa relazione è possibile calcolare la variazione nell'angolo del reticolo necessaria a produrre una variazione $\delta\lambda$ sul piano del sensore. Ad esempio, per un reticolo da $r=600$ tr/mm ($A=6.1 \times 10^{-5}$ rad/Å) e $AM=0.85$, per ottenere una variazione di 100Å è necessario cambiare l'angolo di incidenza di 0.4° . Quindi, in generale, si deve poter controllare l'angolo di incidenza con un'accuratezza di qualche decimo di grado. Chiaramente, minore è la frequenza del reticolo e maggiore sarà lo spostamento in λ a parità di $\delta\theta_1$.

Referenze

- [1] Kannappan, S.J., Fabricant, D.G. & Hughes, C.B., 2002, Publ. Astron. Soc. Pac., 114, 577-585
- [2] McLean, I.S., 1997, Electronic Imaging in Astronomy - Detectors and Instrumentation, Wiley & Sons, p.76-80
- [3] Schroeder, D.J., 2000, Astronomical Optics (San Diego: Academic), 2nd ed., p. 304-251
- [4] Schweizer, F., 1979, Publ. Astron. Soc. Pac., 91, 149